Dibujo Ramón

GEOMETRÍA

Geometría métrica

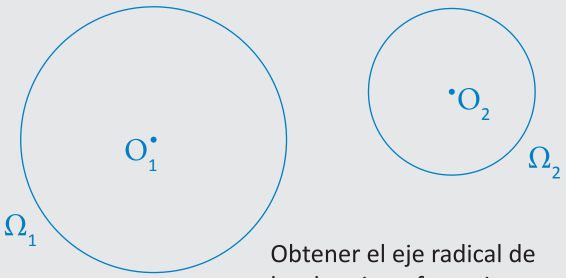
Ejes radicales

dibujoramon@gmail.com
dibujoramon.wordpress.com

Ejes radicales.

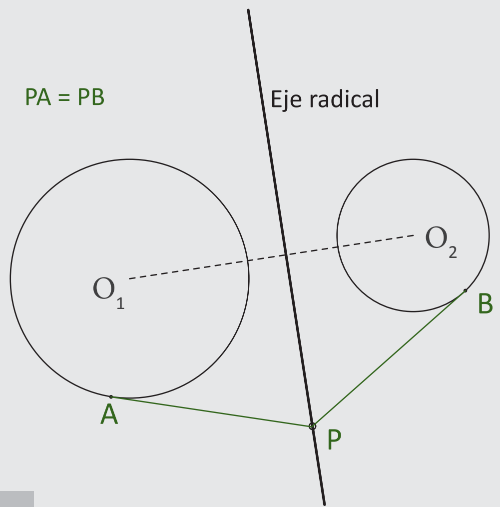
En esta ocasión lo que se pretende explicar es la obtención de ejes radicales entre circunferencias. Y también se expone al final uno de los varios casos particulares que se pueden dar. Este texto da por hecho que el alumno ya ha tenido una primera clase sobre potencia y que conoce algunos de los siguientes trazados. La razón de ser de este texto es que algunos alumnos tienen problemas con la lógica de pasos a seguir que se exponen aquí. Por ello trataré de desmenuzarlo todo al máximo.

El planteamiento inicial del que partiríamos sería el siguiente:



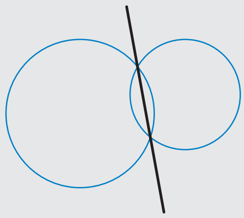
Obtener el eje radical de las dos circunferencias.

Por definición, un eje radical es el lugar geométrico de los puntos que tienen misma potencia respecto de dos circunferencias dadas y siempre es una recta perpendicular a la recta que une los centros de las circunferencias. Aunque aquí no voy a explicar qué es potencia (ese sería otro tema), sí voy a comentar qué implica esta definición que acabo de enunciar. El hecho de que la potencia sea la misma, implica que *para cualquier punto P de ese eje, si trazamos desde el mismo las tangentes a dichas circunferencias, podremos comprobar que la distancia del punto P a cada punto de tangencia (A y B) es la misma.*



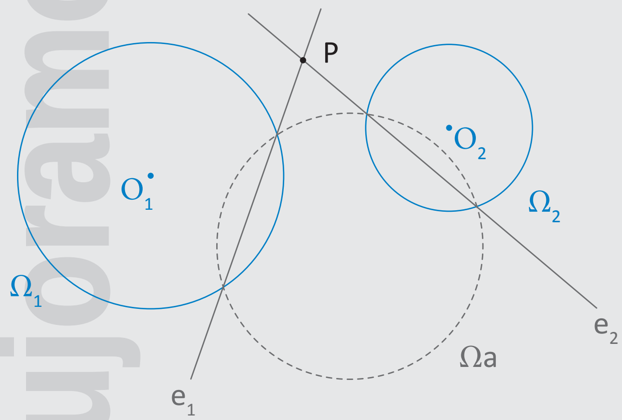
El eje radical entre dos circunferencias se puede dibujar trazando una tangente exterior de ambas circunferencias y obteniendo el punto medio entre los puntos de tangencia, para luego trazar desde ese punto medio el eje radical, perpendicular a la recta que une los centros. Pero ese trazado es engorroso porque nos obliga a aplicar dilataciones de circunferencias para dibujar esa tangente exterior. Existe un método más fácil.

El mejor método consiste en utilizar una circunferencia auxiliar secante a las dos dadas, y obtener los ejes radicales de la auxiliar con cada una de las otras dos. Antes de continuar, he de comentar que el eje radical de dos circunferencias secantes no es sino la recta que une los puntos de corte, tal y como se ve a continuación:



Por tanto dibujar esos ejes radicales entre las circunferencias dadas y la circunferencia auxiliar secante es fácil e inmediato.

Si volvemos a nuestro planteamiento inicial, podemos aplicar lo dicho y obtener los ejes radicales e_1 y e_2 con una circunferencia auxiliar Ω_a (dibujada en línea discontinua):



Y antes de seguir, ver que esos dos ejes se cortan en un punto común, llamémosle punto P. Ese punto P es clave para poder continuar el problema.

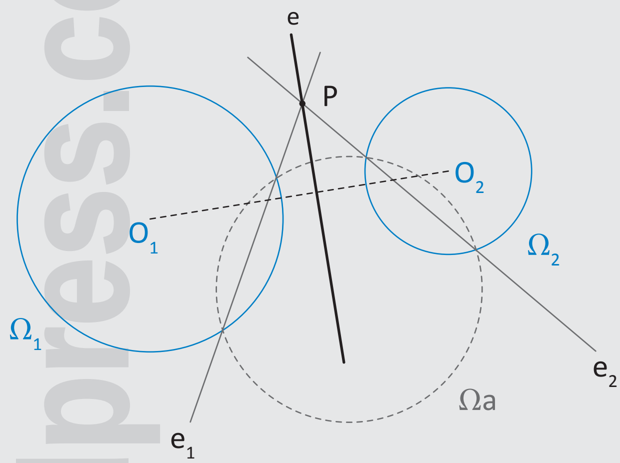
Efectivamente, el punto P, por pertenecer a los dos ejes, tiene dos cualidades ideales. Sigamos el siguiente razonamiento, que es el que crea problemas en algunos alumnos:

a) *El punto P pertenece al eje radical e_1. Por tanto, tendrá misma potencia respecto de ambas circunferencias Ω_1 y Ω_a.*

b) *El punto P pertenece al eje radical e_2. Por tanto, tendrá misma potencia respecto de ambas circunferencias Ω_2 y Ω_a.*

c) *Teniendo en cuenta a) y b), se concluye que P tendrá misma potencia respecto de Ω_1 y Ω_2. Es decir, P, pertenece a un punto del eje radical de Ω_1 y Ω_2.*

Como sabemos que el eje radical buscado (e) será perpendicular a la línea que une los centros de Ω_1 y Ω_2, sólo queda trazar desde P una recta perpendicular a O_1O_2.



Caso particular.

Aquí sólo voy a mostrar el caso de *circunferencia normal y circunferencia de radio cero*.

¿Cuál será el eje radical de una circunferencia de radio cero (Ω_0)y otra de radio distinto de cero (Ω_1)? Una circunferencia de radio cero se puede dibujar como un punto. A partir de ahí podemos operar igual que antes, es decir, con una circunferencia auxiliar que pasa por la circunferencia de radio distinto de cero y por ese punto que equivale a la circunferencia de radio cero.

Lo importante es darse cuenta de dos detalles:

a) *Que el eje radical e_0, de la auxiliar Ω_a con Ω_0, es una recta tangente a la auxiliar en ese mismo punto Ω_0.*

b) *Que la solución, el eje e, es perpendicular a la recta que une O_1 con Ω_0.*

Por lo demás se ha operado igualmente en todo.

Existen muchos casos particulares. Se juega con que las circunferencias tengan radio cero o radio infinito y no todos ellos tienen solución, aunque sí la mayoría.